

## 'N EIE SUID-AFRIKAANSE WISKUNDE OP CALVINISTIESE GRONDSLAG?

Bostaande vraag sal vir iemand met 'n oppervlakkige kennis van die Wiskunde na dwaasheid klink. Twee en twee bly tog vier vir Calvinis, heiden of Mohammedaan! Iemand wat op hoogte is met die moderne ontwikkelinge in die Wiskunde sal egter nie so gou 'n oordeel vel nie.

Die meeste mense dink die Wiskunde is syferwerk, berekening van hierdie of daardie praktiese probleem of meting van dit of dat. Om nou aan iemand wat nooit die Wiskunde bestudeer het nie in 'n paar woorde te verduidelik hoe 'n wiskundige sy vak beskou, is 'n moeilike opdrag. Hy sal in elk geval effens beledig voel as iemand hom vir 'n rekenaar aansien!

Hoe beskou die wiskundige dan sy vak? Die wiskundiges sou nie mense gewees het as hieromtrent eenstemmigheid bestaan het nie. Laat ons egter eers die deel van die antwoord op die vraag gee waaroor daar wel min of meer eenstemmigheid bestaan. Almal is dit nl. met mekaar eens dat die Wiskunde 'n deduktiewe wetenskap moet wees. Dit beteken dat daar uitgegaan word van enkele „ongedefinieerde terme”, d.w.s. terme wat nie nader omskryf kan word sonder om die te definieerde terme weer in die definisies te gebruik nie. Die verbande tussen hierdie terme word gegee in 'n aantal grondstellinge, die sg. aksiomas, waarby gebruik gemaak word van begrippe wat tuishoort by die Logika. In die Meetkunde, soos dit op skool geleer word, is van die ongedefinieerde terme bv. „punt” en „reguit lyn”. Van die aksiomas sal bv. wees: (1) Iedere reguit lyn is 'n versameling punte; (2) As p en s verskillende punte is bestaan daar een en slegs een reguit lyn wat hulle bevat. Logiese terme wat hierin optree, is bv. „iedere”, „bepaal”, „verskillend”, „versameling”, „bevat” ens.

Nadat die aksiomas vasgelê is, word alle verdere stellings streng deduktief uit die aksiomas afgelei en geen ander aksiomas moet by die proses in die redenasie ingesmokkel word nie. Laat ons hoor wat die Duitse wiskundige Pasch oor hierdie deduksie te sê het: „As Meetkunde dan inderdaad deduktief moet wees, moet die deduksie altyd onafhanklik wees van die betekenis van die meetkundige begrippe, net soos dit onafhanklik van die figure moet wees, slegs die verbande soos neer-

gelê in die grondstellings (aksiomas) en definisies moet in ag geneem word. Gedurende die deduksie is dit nuttig en gewettig, maar heeltemal nie noodsaaklik nie, om aan die betekenis van die terme te dink; inderdaad, as dit noodsaaklik is om daaraan te dink, is dit juis 'n duidelike manifestasie van die ontoereikendheid van die bewys. As 'n stelling egter streng afgelei is uit 'n versameling grondstellinge, dan het die deduksie 'n waarde wat verder teruggaan as die oorspronklike doelstelling. Want as die meetkundige terme in die grondstellinge deur ander terme vervang word, sodat weer ware uitsprake verkry word, dan kan, deur die ooreenkomstige vervanging in die afgeleide stellings te doen, nuwe stellinge, (d.w.s. uitsprake m.b.t. die nuwe terme — H.S.) verkry word as gevolg van die veranderinge in die grondstellinge, sonder om die bewys te herhaal" (Vry vertaal).

Mense wat die Meetkunde op skool geleer het, sal hulle miskien iets van hierdie proses kan voorstel. Die Algebra word ongelukkig op skool so gedoseer dat niemand ooit daaruit sou kan raai dat bogenoemde deduksieproses belangrik in die Wiskunde is nie.

Tot sover sal, dink ek, alle wiskundiges saamstem. Die grondslae-onderzoek van die Wiskunde kan nou gesien word as 'n poging om die aantal aksiomas en grondbegrippe waarop die Wiskunde deduktief gebou word, te verminder tot 'n minimum. Dit is ook net hier waar die moeilikheid begin en die verskillende menings opduik. Daar duik verskillende vrae op sodra ons hierdie verminderingsproses wil deurvoer. Die volgende vrae bv. eis besinning: „Wat is 'n getal? Wat moet verstaan word onder die oneindige? Is die begrippe ‚punt‘ en ‚reguit lyn‘ fundamenteel of reduceerbaar tot meer fundamentele begrippe? Wat is die verband tussen die fundamentele begrippe van die Logika en die wat gewoonlik beskou word as suiwer wiskundig, Wat is die betrekking tussen die Wiskunde en die geskape werklikheid?“, om maar 'n paar te noem. Uit die aard van hierdie vrae is dit duidelik dat die wiskundige by 'n grondslae-onderzoek in sy vak hom gou op die wysgerige gebied van die kenteorie en synsleer bevind. In hoofsaak is daar vandag drie gedagterigtings i.v.m. die grondslae van die Wiskunde. Die eerste is die Formalisme. Hierin word inhoudlose simbole (tekens) waartussen sekere formele bewerkinge gedefinieer is, as die werklike kern van die Wiskunde gesien. Die Wiskunde word 'n simbole-spel, gespeel volgens sekere reëls. Die tweede is die Logistiek, waarin alle wiskundige begrippe en bewerkinge gereduseer word tot 'n paar grondbegrippe wat eintlik in die Logika tuishoort. So word die Wiskunde dan 'n onder-

deel van die Logika. Ten slotte is daar die Intuisionisme waarin gepoog word om die hele Wiskunde te konstrueer op die basis van die „intuïtief gegewe” heelgetalle. Hier word die Wiskunde beskou as nie slegs vorm nie, maar as onafskeidelik verbonde aan die aanskoulike of intuïtiewe inhoud van daardie vorm. Die intuisionis gebruik sy eie tipe logika wat as deel van die Wiskunde beskou word.

Al verstaan die leser nie die fynere nuanses en implikasies van hierdie verskillende standpunte nie, is dit genoeg as hy besef dat daar wel grond vir meningsverskil is en dat hierdie meningsverskille wortel in die sinsleer en kenteorie wat deur die wiskundige gehuldig word.

Hierdie verskillende standpunte het diepgaande implikasies. So verwerp die intuisionis groot dele van die bestaande Wiskunde en die formalis hou daar 'n hele meta-wiskunde op na wat by die aanhanger van die Logistiek nie voorkom nie.

Nou moet nie gedink word dat elke wiskundige hom by een en slegs een van hierdie skole aansluit nie. Die werkende wiskundige stel hom deels op formalistiese standpunt maar gee vereers aan sy „fundamentele terme” betekenis, waarby sy intuïsie dan 'n gewigtige rol speel. Soos iemand gesê het: „Dit is maklik om 'n stelling te bewys as jy hom eers geraai het”. Bowendien sal so 'n wiskundige nog die Logisistiese program erken as Wiskunde, mits die uitgangspunt geen strydige elemente bevat nie en die afleidinge suiwer deduktief deurgevoer word, hoewel hy miskien self nie aangetrokke sal voel tot so 'n werkwyse nie en miskien 'n effens gewysigde interprestasie aan die saak sal gee, anders as wat die rasegte logisis sou doen.

Ook moet nie gedink word dat 'n standpunt maar willekeurig ingeneem kan word nie en dat verdere uitwerking van die implikasies nie weer 'n terugkerende dwingende invloed op die oorspronklike standpunt kan hê nie. So het dit al intussen geblyk dat die formalistiese program nooit voltooi sal kan word nie en die formalis se meta-wiskunde het 'n goeie dosis van die intuisionisme weg. Ten slotte is die toets die volledige uitwerking van die program en die nie-strydigheid van die konsekwensies.

Maar sal u sê, na dit alles bly twee plus twee tog nog vier. Gelukkig is dit nog so vir alle wiskundiges, maar moet hulle nie vra of dit 'n „feit” of 'n „definisie” is nie of wat die „twee”, die „vier” en die „plus” is nie. Vir dié wat dink dat sulke vrae futiel is en wat gesteld is op bruikbare resultate, mag ek byvoeg dat hulle aanleiding

gegee het tot hele nuwe vertakkings van die Wiskunde wat weer bygedra het tot nuwe ontdekkings in bv. die Natuurkunde.

Is 'n Calvinistiese Wiskunde nou moontlik? As daarmee bedoel word dat daar maar een Calvinistiese Wiskunde, wat die ware Wiskunde sal wees, uitgebou moet word, dan is my antwoord ontkennend. Die Wiskunde is 'n kultuurprodukt van die mens. Die Grieke van ouds het gemeen dat die Meetkunde 'n idealistiese beskrywing van die werklike ruimte gee en die waarheid daarvan probeer grond in wat vandag genoem word self-evidensie. In sy moderne aksiomatiese vorm is die Meetkunde iets heeltemal anders as wat die Grieke gedink het dat dit was. Trouens, die analoog van die Griekse Meetkunde in die moderne Wiskunde neem sy plek in naas verskillende ander Meetkundes wat, as dit sou toegepas word op dieselfde dinge uit die werklikheid, mekaar lynreg sou weerspreek. Tog word al hierdie Meetkundes vandag as ewe geldig beskou, omdat ons vandag in die Wiskunde slegs eis dat mens sal uitgaan van nie-strydige aksiomas en die stellings deduktief daaruit aflei en nie eis dat die fundamentele begrippe van die Wiskunde dinge moet aandui in die werklikheid buite die gedagte-wêreld van die matematikus nie. Die verskillende Meetkundes word dan maar toegepas op die dinge waarop hulle toepasbaar is. So het die Griekse kultuur sy Wiskunde opgelewer en die hedendaagse syne.

Ons het gesien dat die verskillende uitgangspunte wortel in verskillende sieninge oor die syn van dinge. Die wiskundige wat ook Calvinis is, sal deur sy Calvinistiese lewens- en wêreldbeskouing ook 'n bepaalde sinsleer huldig. Dit hoef nie vir elke Calvinis dieselfde te wees nie, want die Bybel is nie 'n wetenskaplike handboek wat oor die syn van alle dinge uitspraak gee nie. Trouens, ons hoef net na die resente ontwikkeling van die Calvinistiese Wysbegeerte te kyk om te beseft dat ook Calviniste oor wysgerige vraagstukke kan verskil. Uiteindelik ken die mens maar ten dele.

Deur sy siening op die syn van dinge is dit moontlik dat die Calvinistiese wiskundige dan ook, as hy so ver kom, die Wiskunde anders fundeer as die nie-Calvinis. Miskien sien hy die ken van getal en ruimte albei as intuïtief gegee met die een nie tot die ander herleibaar nie. Miskien sien hy die getalle as 'n deel van die geopenbaarde werklikheid, as vooraf gegewe entiteite. Moontlik sien hy die getalle as 'n mensgemaakte „kaart" van die werklikheid wat deur die mens op die werklikheid gelê word. Seker is daar meer as een moontlikheid.

Daarom sou ek liever van 'n Calvinistiese wiskundige as van 'n Calvinistiese Wiskunde praat. Ook sou ek wou voorspel dat indien so 'n Wiskunde uitgebou word en dit voldoen aan die eise van deduksie en nie-strydigheid wat deur die Wiskunde gestel word, dit vir die grootste deel universeel sal aangeneem word as deel van die Wiskunde.

Nog 'n woord van waarskuwing. Die beginsels van 'n wetenskap kan nie losgemaak word van die eie ontwikkeling van daardie wetenskap nie, soos wat die Griek Aristoteles gemeen het en soos wat die meeste filosofe vandag nog skyn te dink. Die teendeel is ten oorfloed bewys deur die moderne ontwikkeling van die Wiskunde en die Fisika. Dit is die filosoof dus nie beskore om hom 'n soort wetgewende mag wat beginsels aanbetref oor die vakwetenskaplike toe te eien nie. Dit sou m.i. 'n dwaling wees om te reken dat die implikasies van 'n uitgangspunt nie die uitgangspunt dwingend kan wysig nie. In die geval van die Wiskunde sal die implikasies moet strook met die eis van nie-strydigheid en in die Fisika met die addisionele eis van ooreenstemming met die werklikheid.

Oor die moontlikheid van 'n eg Suid-Afrikaanse Wiskunde kan ek my korter uitspreek. Enkele dekades gelede het ons 'n onderskeiding tussen „Deutsche Mathematik” en die res belewe. Dit was gegrond op hipotetiese aangebore verskille tussen verskillende rasse. Ek twyfel of enigiemand wat vandag nog rasse-verskille so fyn sou wou deurtrek nog op wetenskaplike objektiwiteit sou kon aanspraak maak. Miskien mag iemand teëwerp dat ook 'n nasie as geheel 'n gemeenskaplike sinsleer kan huldig en dus ook só 'n nasionale Wiskunde kan ontwikkel. Ons in Suid-Afrika sluit egter te nou aan by die algemeen Westerse wetenskaplike denke dat daar juis beduidende verskille sou ontstaan. Bowendien geld die opmerkings in die vorige twee paragrawe ook hier.

Die enigste „nasionale” wiskunde waarvoor ek hoop, is dat daar 'n aktiewe beoefening van die Wiskunde in hierdie land tot stand sal kom en dat daaruit 'n Suid-Afrikaanse wiskundige van formaat gebore sal word wat iets bestendigs tot die universele Wiskunde sal byvoeg.

H. J. SCHUTTE.

P.U. vir C.H.O.