

---

# Eukleides Mathematikos.

(330? — 275? v.C.)

In die Februarie- en April-uitgawes van Koers, 1957, het twee artikels verskyn waarin die aandag, al is dit miskien terloops, gevestig is op 'n persoon wat aan ons almal deur die Meetkunde wat ons op skool geleer het, bekend is nl. Eukleides. In sy artikel „Selfevidensie in die Natuurwetenskap” sê dr. H. J. Schutte op p. 169; „Dit is bekend dat die wiskunde en in die besonder die meetkunde (euklidies) as model gedien het van 'n deduktiewe wetenskap by die opstel van sy wetenskapsleer”. Die persoon van wie dr. Schutte hier praat, is Aristoteles. Met die lees hiervan het ek gewonder of dit moontlik was dat Eukleides invloed op Aristoteles kon uitoefen. Vandaar my belang-

stelling, by hernuwing, in Eukleides. Dit is besonder moeilik om gegevens i.v.m. hierdie denker te verkry. Beth, wat deur dr. Schutte aangehaal word, gee die datums van sy geboorte en dood aan soos hierbo. Aristoteles egter is gebore in 384 v.C. en oorlede 322 v.C. Hiervolgens sou Eukleides agt jaar oud gewees het toe Aristoteles oorlede is, sodat daar van beïnvloeding geen sprake kon wees in die sin waarin dr. Schutte dit bedoel het nie.

Maar al was daar geen beïnvloeding deur Eukleides self nie, tog het Aristoteles invloed ondergaan uit dieselfde skool waarin ook Eukleides groot geword het, nl. die Matematiese Objektivisme aangesien sy eerste leermeester, Sokrates, die Jonge, 'n Pythagoreër was. Om derhalwe 'n insig te verkry in die filosofiese konsepsie wat aan die meetkunde van Eukleides ten grondslag gelê het, is dit nodig om dieper in te gaan op die filosofie van die Pythagoreërs.\*

Eukleides *Mathematikos* is in die dertiende boek van sy *Elemente* sterk afhanklik van Theaitetos. Ook Appolonios, wie se naam met die van Eukleides verbind word, gryp, as hy die leer omtrent die irrasionele verder ontwikkel, uitdruklik op Theaitetos terug.

Hierdie feite dwing ons tot 'n besinning oor Theaitetos, 'n matematiese objektiewis, wat geleef het ongeveer 415—369 v.C. Behorende tot die Pythagoreërs sluit hy hom aan by die tweede fase van Pythagoras maar hou 'n eie konsepsie daarop na. Met Pythagoras deel hy die partiële universalisme, maar verskil met hom daarin dat hy die mitologiserende denke verwerp ten gunste van 'n kosmogono-kosmologiese denkhouding. Ook Pythagoras se dualisme verwerp hy en aanvaar self die monisme, maar dan in 'n semi-kontradiktoriese sin. Hier aanvaar hy wel die prioriteitsleer en impetusteorie, maar verbind dit met die vitalisme. Theaitetos is dus voorstander van 'n heel besondere beskouing onder die Pythagoreërs—trouens die Pythagoreïsme word byna in al die tot dusver aan hulle bekende konsepsies binne die Griekse wysbegeerte van hulle tyd, verteenwoordig, sodat daar onderling groot verskille tussen hulle bestaan het. Eukleides en Apollonios sluit hulle blykbaar aan by die konsepsie van Theaitetos.

---

\* Vir wat verdere volg, is ek heeltemal afhanklik van D. H. Th. Vollenhoven se boek: *Geschiedenis der Wijsbegeerte I.*

As sodanig staan hulle saam met Theaitetos digby Sokrates die Jonge, wat een van die vriende van Theaitetos was en tewens eerste leermeester was van Aristoteles. Theaitetos lig ons dan ook in dat hy en sy vriend saam die indeling van die getalle gevind het. Met hierdie indeling doel Theaitetos op die dihaireisis, hier wel 'n matematiese dihaireisis, en wel op die van rasideel en irrasioneel by die lengte van regte lyne. Sowel rasideel as irrasioneel ressorteer hier onder to peras waardeur hierdie planimetriese dihaireisis gekombineer word met 'n vertikale dihaireisis in die ontologie. Die metriese is by hierdie denkers egter die grens van 'n kwaliteit, en volgens Anaxagoras tree kwaliteite slegs in die benede-psigiese op. Derhalwe moes hierdie Pythagoreïsme, wat geëdiënteer was aan die konsepie van Anaxagoras, die metriese slegs vind op die terrein van die mere of dele.

Wat was nou vir Anaxagoras die eerste divergensie op die gebied van die benede-psigiese? Dit was die tussen aether en lug. Die aether was die gebied van die roterende sterre, terwyl die lug die van die benede-aetheriese was. Met die divergensie van hierdie twee en van hulle kwaliteit moes dus in die metriese die divergensie van kromme (hier dan die ronde) en die regte lyn korreleer wees. Albei divergeer hier, suiwer monisties, uit een oorspronklike eenheid, nl. die metriese. Vir die ooreenstemming met die dihaireisis van die lengte van die regte lyne kom dus eers die volgende tweedeling van Anaxagoras, nl. die van die vitale en die benede-vitale, in aanmerking. En met hierdie derde divergensie, nl. met die van die benede-vitale in aarde en water, kon dan weer nog die verdere tweedeling van die irrasionele getalle in verband gebring word, so deel Theaitetos ons verder mee. Waar Sokrates die Jonge, ook kragtens 'n mededeling van sy leerling Aristoteles, die Pythagoreïsme met 'n instrumentistiese impetusteorie verbind het, daar distansieer sy vriend Theaitetos hom van Sokrates die Jonge deur die Pythagoreïsme met die vitalistiese impetusteorie te verbind. En hierin word hy blykbaar gevolg deur Eukleides en Apollonios.

Genoemde verskil is van belang ook om die sg. evidensieleer van Eukleides te verstaan, want by die primêre divergensie is, volgens hierdie konsepie, aan die een kant die nous in vitalistiese sin en aan die ander kant die aetheriese en fisiese betrokke. Derhalwe lê hier, behalwe die mere of dele en hulle kwaliteite ook die metriese grense gedeeltelik binne en gedeeltelik buite die nous. En met die selfevidensie

gaan dit juis om daardie metriese grense wat gedeeltelik binne die nous lê.

Vir ons doel is dit nie alleen belangrik om op Theaitetos se verbinding tussen die masesis en die ontologie te let nie maar moet ons ook aandag skenk aan sy gnoseologie.

**A. Die verbinding van masesis en ontologie:**

Theaitetos is veral bekend om twee wiskundige ontdekkings. Een hiervan het betrekking op die gebied van die planimetrie en dit het hy ook te danke aan die samewerking van Sokrates die Jonge, die ander een raak die stereometrie. Die eerste staan in noue verband met die besoek van Theaitetos aan Athene, terwyl die tweede terloops in Plato se Politeia vermeld word, wat enkele decennia na die dood van Theaitetos eers verskyn het.

1. Planimetries van karakter was sy nadere fundering van die leer in sake die irrasionele.

a. Waar Theodoros die lyne van die irrasionele lengte tot  $\sqrt{17}$  gekonstrueer het, het Theaitetos en sy vriend ingesien dat dit moontlik was om alle heel getalle sodanig in twee groepe te verdeel dat die een groep die getalle omvat wat die kwadraat van gelyke heel getalle is, terwyl in die ander groep die res van die heel getalle lê. So het dan die getalle 1, 4, 9, 16 ens. by mekaar gekom, terwyl die getalle soos 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10 ens. by mekaar gevoeg is.

Samehangend met hierdie splitsing van die getalle onderskei hulle nou in die planimetrie twee soorte vierkante. By die een soort kan die aantal verkantsmate van die oppervlak met 'n getal uit die eerste groep aangegee word, by die ander met 'n getal uit die ander groep. Die sye van e.g. vierkante is altyd hele getalle en dus onderling meetbaar, maar die sye van die ander vierkante is altyd vierkantswortels uit getalle wat self nie die produk van twee gelyke heel getalle is nie, bv.  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{33}$ ,  $\sqrt{5}$  . . . . .  $\sqrt{10}$ , en is dan ook nie onderling meetbaar nie. Hierdie indeling veronderstel die bewys dat die vierkantswortels van alle heel getalle, vir soverre hulle nie die produk van twee gelyke heel getalle is nie, irrasioneel is. Derhalwe was hier, op grond van die gedagte dat rasioneel en irrasioneel, in matematiese sin geneem, teenoorgesteldes is, die getallewêreld dihaireties ingedeel.

b. Hierdie vraag het Theaitetos en sy vriend op die vraag gebring of die groep irrasionele getalle dan nie 'n nadere tweedeling toelaat nie. Hierop het hulle 'n positiewe antwoord gegee, want naas irrasionele ge-

talle soos  $\sqrt{2}$  en  $\sqrt{5}$  wat by kwadratering 'n heel rasionele getal oplewer, is daar ook ander soos  $\sqrt{\sqrt{2}}$  en  $\sqrt{\sqrt{5}}$ , waar dit nie die geval is nie. So het die tweede indeling betrekking op die verskil tussen die irrasionaliteit van die eerste en tweede grootte.

Die twee denkers het hier uitgegaan van die stelling dat die ontiese divergensie ook die getalwêreld beheers, sodat die dihairensis die aangewese hulpmiddel was om die struktuur ook van die getalwêreld te leer ken.

c. Die breek met die instrumentisme van Sokrates die Jonge laat Theaitetos, in aansluiting by Metrodoros, nou die vernaamste teenstelling in die nie-metriese sien as die tussen die vitale en die aetheries-fisiese. Daardeur bly die rasionele getal met die, hier as noëties opgevatte, vitale korrelaat gerangskik, maar kon daarby die wins geboek word dat nou ook die kromme onder die irrasionele geval het. Vir ons doel veral van belang is die feit dat die rasionele getal onder die noëtiese gerangskik is, waardeur 'n selfevidensie daarvan moontlik geword het.

2. Op die gebied van die stereometriese ontdek Theaitetos die vyf reelmatige veelvlakke. Die van die reelmatige vier-, ses- en agtvlak veronderstel irrasionele groottes van die eerste orde, die van die twee ander figure van hierdie groep, nl. die reelmatige twaalf- en twintigvlak, veronderstel egter irrasionele groottes van die tweede orde.

Dit was nie 'n geringe vonds nie. Maar ons moet dit ook in historiese verband bly sien, want die ontdekking van die derde dimensie was nie uitsluitend die werk van Theaitetos nie. Hierin is hy voorafgegaan deur Demokritos en Archytas. Wat Theaitetos gedoen het, was om die figure met mondelinge onderrig te teken, egter nie planimetrië nie maar stereometrië. Hierby het hy nie van die bolvorm gebruik gemaak nie.

3. En dit bring ons op die verbinding van die ontologie met die matesis. Hierdie twee het saamgewerk in die rigting dat in die metriese die teenstelling van krom en hoekig op die agtergrond geraak het, terwyl die van rasioneel en irrasioneel op die voorgrond begin tree het. Laasgenoemde dihairensis was dan ook analoog met die van die vitale en die aetheries-fisiese. Die verskil van krom en hoekig—hier die van bol en reelmatige veelvlak—word nou met die van aetheries en fisies korrelaat, waarna vir die verskil binne die fisiese—dus vir die

verskil tussen water en aarde—in die metriese die tussen die irrasionaliteit van die eerste en tweede grootte oorgebly het.

**B. Theaitétos se kenteorie:**

Reeds by Metrodoros het die wysiging in die onderlinge verhouding van psyche en soma, soos deur die vitalisme in die opvatting van Anaxagoras aangebring is, vir die waardering van die waarneming ten goede gekom. En die verbinding van hierdie ontologie met die Pythagoreïsme het hierdie neiging nie in die weg gestaan nie—vir die waarneming het daar dus al meer en meer waardering gekom. So moes die aandag wat Theaitetos aan die stereometrie bestee het die perspektiwiese tekene bevorder, waarmee dan 'n nuwe beroep op die sien en dus op die waarneme gedoen is.

Hierdie waarneme gaan, aangesien dit op die objek gerig is, ook hier die doksa as kennis aangaande die subjek, in waarde ver te bowe. Tog is dit nog nie die hoogste wat op die gebied van die kennis bereikbaar is nie. Die kry ons eers in die wetenskap as kennis omtrent die metriese in die objek. Hierdie twee weerspreek mekaar egter nie, want sowel waarneming as wetenskap het betrekking op die objek. In die leer aangaande die perspektief sluit hulle nou by mekaar aan.

Dit blyk dan dat die waarneming wat hier so 'n belangrike rol speel egter nog niks te doen het met die selfevidensie van apriori's nie. Dit sou eers veel later, na Aristoteles, sy verskyning in die wysbegeerte begin maak. Trouens by Aristoteles self, in sy laaste periode, merk ons alreeds 'n tendens tot rasionalisme op. Wat hier wel belangrik is, is dat daar ook op die gebied van die nous getalle gevind is. Ook hier moet die waarneming in waarde toeneem. Maar hier kan daar nie sprake wees van 'n waarneming deur die gewone sintuie nie—wel van 'n waarneming deur die intuïsie, die innerlike sintuig. Tog bestaan hierdie getalle nog nie as apriori's, dus as geïnstrumentaliseerde wette nie. Theaitetos en sy tydgenote sien hulle nog as die metriese aspek van die objekte. Later eers sou op die gebied van die matematiese objektiwisme ook apriorisasie intree, wat dan ook die terugwaartse pad na 'n versubjektivering daarvan sou vergemaklik. Dan eers sou daar binne die kennende gees ander subjekte as apriori's geplaas word, wat deur die intuïsie geskou sou word om hulle kenbaar te maak. En om die waarheid van hierdie fiksies te garandeer, sou dan gepraat word van die selfevidensie daarvan.

Alle apriori's moet derhalwe as fiksies van die menslike denke verwerp word. Van hulle weg, dan is daar ook geen behoefte meer om te praat van selfevidensie nie. Albei hierdie begrippe hoort tuis in die proses tot rasionalisme sowel as in die rasionalisme self. Hiervan getuig die geskiedenis van die wysbegeerte, bestudeer in die lig van die Skrif, baie duidelik. Maar dan val ook alle behoeftes aan 'n garansie van die waarheid weg—ook hiervoor is daar in 'n Skrifmatige wysbegeerte geen behoefte nie. Andermaal het dan weer geblyk watter geweldige rol die ontologie speel in die verdere uitbouing van die wetenskap op al die verskillende gebiede daarvan.

Dit is hier seker nie nodig om te sê dat ons die matematiese Objektivisme nie kan aanvaar nie. Ons wys slegs daarop dat in die sinsleer van die Skrifmatige denker tussen drieërlei syn, God, wet en kosmos, onderskei word; die matematiese Objektiewis herlei die drie tot een, gee dan slegs aan die objek aandag en sien die wet binne die metriese aspek van die objek, waardeur hy die spoor tot 'n ware ontologie byster geraak het. Dit was dan ook die moeilikheid met Eukleides: sy meetkunde gaan mank aan 'n verkeerde ontologie, vandaar die eensydighede in die besondere dissipline.

J. A. L. TALJAARD.

P.U. vir C.H.O.

---