

*P.A. Venter en
J.J. de Wet*
**DIE INVLOED VAN DIE DENKVLAK
OP PRESTASIE IN WISKUNDE
IN DIE JUNIOR-SEKONDÊRE FASE***

1. Inleiding

'n Belangrike ontwikkeling in die Opvoedkunde is dat daar al hoe meer aandag geskenk word aan die denkvlak van die leerling as 'n faktor wat skolastiese prestasie beïnvloed.

In die onderwyssituasie moet voortdurend rekening gehou word met die stadium van denkontwikkeling waarin die leerling op 'n bepaalde tydstip verkeer. Crawford (1960:135-136) wys op die noodsaaklikheid daarvan dat onderwysers in Wiskunde, kennis behoort te neem van nuwe feite oor denkontwikkeling wat deur die omvattende arbeid van Piaget na vore gekom het. Lester (1975:23) beveel sterk aan dat 'n studie gemaak moet word van die verband tussen prestasies in Wiskunde en die vlak van denkontwikkeling. In sy antwoord op die vraag: „Hoe moet onderrig in Wiskunde gegee word?” wys Mathews (1973:149) daarop dat Piaget die antwoord verskaf op wát kinders, wáanneer en in watter volgorde, in Wiskunde moet leer. Mathews (1973:151) beklemtoon dat die regte psigologiese volgorde van aanbieding van wiskundeleerstof, nie altyd die logiese volgorde is nie.

In Suid-Afrika is relatief min navorsing gedoen om die verband tussen denkvlak en prestasie in Wiskunde te bepaal. Die invloed van die denkvlak op skolastiese prestasie in ander vakke as Wiskunde, is deur verskeie studente van die Departement Empiriese Opvoedkunde van die PU vir CHO nagevors. Mans (1978:

* Uittreksel uit die M.Ed.-verhandeling: VENTER, P.A., 1978. *Die invloed van denkvlak en ander faktore op die prestasie in Wiskunde in die junior-sekondêre fase*. PU vir CHO.

244) het vasgestel dat die stelwerk van standerd ses-leerlinge in Afrikaans beïnvloed word deur die denkvlak wat die leerlinge bereik het. Du Plessis (1976:98) het gevind dat die swak prestasie van begaafde leerlinge in die junior-sekondêre skoolfase in Skei- en Natuurkunde, in 'n groot mate toegeskryf kan word aan die nie-bereiking van 'n bepaalde vereiste denkvlak. Volgens Du Toit (1975:146) is graad een-leerlinge wat leerprobleme in Wiskunde ondervind, op 'n laer denkvlak as die leerlinge wat nie leerprobleme het nie. In al hierdie ondersoeke is die invloed van intelligensie gekontroleer. Van der Walt (1976:241) het vasgestel dat daar beduidende korrelasies is tussen wetenskaplike denke van standerd agt-leerlinge en skolastiese prestasies in bepaalde vakke.

Die doel van die ondersoek, wat vervolgens beskryf gaan word, is om vas te stel wat die invloed van die denkvlak is op leerlinge in die junior-sekondêre skoolfase se prestasies in Wiskunde.

2. Konkreet- en formeel-operasionele denke

2.1 Kwalitatiewe verskille

Piaget het aangetoon dat die denke van die kind deur vier stadia ontwikkel, naamlik die senso-motoriese, die voor-operasionele, die konkreet-operasionele en die formeel-operasionele stadia. Die ontwikkeling deur die stadia heen geskied geleidelik, kontinu en progressief, vanaf 'n toestand waar die onmiddellike waarneembare omgewing die oorheersende rol speel in die kind se denke, tot 'n stadium waarin selfstandige, logiese, volwasse denke moontlik is. Die aard van die denke in een stadium verskil kwalitatief van dié in 'n volgende stadium.

Hierdie ondersoek handel oor die denke van leerlinge in die junior-sekondêre skoolfase. Gedurende hierdie fase is daar 'n oorgang in die denke van konkreet- na formeel-operasioneel. Die konkreet-operasionele stadium strek van ongeveer sewejari-

ge ouderdom, tot wanneer die formeel-operasionele stadium op ongeveer dertienjarige ouderdom 'n aanvang neem.

2.2 Die konkreet-operasionele stadium

Dié stadium word die konkreet-operasionele stadium genoem omdat die kind se denke nog beperk is tot sy direkte ervarings met voorwerpe, hul eienskappe en handeling daarmee (Sund, 1976:38). Die kind steun in sy denke, nog swaar op waarnemings en interaksie met sy omgewing. Hy kan nog nie met abstrakte redenering tot 'n besluit kom nie. Die kind beskik egter op hierdie stadium oor die vermoë om die wese van die sewe basiese wiskundige bewerkings (+, -, x, ÷, > of <, =, ≠) te begryp en om met insig daarmee te kan opereer.

In hierdie stadium kom daar 'n duidelike progressiewe ontwikkeling in die vermoë om te kan klassifiseer en te kan konserveer¹⁾. 'n Verbeterde vermoë om te kan klassifiseer, konstrueer en organiseer, laat meer effektiewe denkhandelinge en vryer optrede toe. 'n Belangrike stremmende faktor bly egter nog die noodsaaklikheid om 'n konkrete verwysingsraamwerk gereedlik beskikbaar te hê. Hierdie stremming word eers in die formeel-operasionele stadium oorbrug.

2.3 Die formeel-operasionele stadium

Die grondliggende verskil tussen konkreet- en formeel-operasionele denke word deur Inhelder en Piaget (1958:254-255) saamgevat in die volgende sinsnede: „the real versus the possible”. Die formeel-operasionele denker is nie meer geheel en al vasgevang in die hier-en-nou van die werklikheid nie. Hy kan sistematies oorweging skenk aan moontlikhede en konsekwensies. In die denke speel logiese sistematiese analise binne 'n volledige

1) Met konservering word bedoel die vermoë om gelykheid tussen twee sake raak te sien en te verstaan, al sou die sintuiglik waarneembare dit anders wou hê.

en voldoende denksisteem, nou 'n belangrike rol.

Hierdie betekenisvolle verandering van oriëntasie, uitgangspunt en sisteem, laat sekere duidelik waarneembare eienskappe van formeel-operasionele denke na vore tree:

* Denke kan nou hipoteties-deduktief verloop. Dit verteenwoordig 'n betekenisvolle vooruitgang in die denke en is 'n kragtige nuwe denkinstrument.

* Denke kan nou met die hulp van stellings geskied, sonder om beslissings te maak aangaande die waarheid van die oorspronklike stelling. Die klem val nou op die korrektheid van die logika.

* Kombinatoriese denke is 'n nuwe vermoë wat na vore kom. Alle moontlike kombinasies van faktore wat verband hou met 'n probleem, kan nou sistematies in ag geneem word.

* Die formeel-operasionele denker kan nou ook oordeel oor die verhouding waarin twee denkhandelinge tot mekaar staan, sonder om terug te val op fisiese probeer- en fouteer-pogings. Hoe die een die ander beïnvloed en hoe die een die ander se uitwerking neutraliseer, kan bepaal word.

* Die vermoë om meer as een veranderlike wat in een komplekse probleemsituasie optree, te kan hanteer en kontroleer, kom na vore.

3. Denkvlakvereistes van skoolwiskunde

3.1 Algemene opmerkings

Uit die voorafgaande paragrawe is dit duidelik dat daar op sekere stadia in die skoolkind se ontwikkeling, sekere tipiese tekortkominge in sy denkvermoë sal voorkom. Die vraag ontstaan dus in watter mate word daarmee rekening gehou by die inhoud van die wiskundesillabusse op skool? Word daar nie eise aan die denkvermoë van die leerling gestel waartoe hy nog nie op daardie stadium in staat is nie?

Om enigsins sinvol op die vrae te kan antwoord, moet 'n ontleding gemaak word van die denkvlakvereistes wat Wiskunde aan

die leerling stel. Nieteenstaande die ooglopende belangrikheid van so 'n ontleding, kon nie veel direkte pogings in dié verband opgespoor word nie. Die jongste en mees omvattende poging tot so 'n ontleding en klassifisering van wiskundeleerstof, volgens denkvlakvereistes, is dié van Collins (1975). Dié model van Collis word vervolgens enigszins breedvoeriger bespreek.

3.2 Collis se model

3.2.1 Inleiding

Collis (1975) onderskei die volgende eienskappe in die denke van die kind, wat nodig is vir 'n begrip van sekere temas in die Wiskunde:

3.2.2 Die mate van sluitingsgebondenheid van die leerling

Collis (1976:148) verwys na sluitingsgebondenheid as die gebondenheid van die kind aan 'n unieke en vir hom 'n werklike antwoord van 'n bewerking (of 'n reeks van bewerkings). Hy onderskei drie vlakke waardeur die leerling ontwikkel, vanaf 'n absolute sluitingsgebondenheid tot waar die leerling uiteindelik los daarvan is. In die begin moet die elemente bekende klein getalle wees, binne die leerling se ervaring van die werklikheid. Slegs een bewerking kan op 'n keer hanteer word. Wanneer die leerling nie meer sluitingsgebonde is nie, kan die elemente groot getalle of selfs onbekende getalle wees. Meer as een bewerking kan nou ook doeltreffend hanteer word.

'n Duidelike en opvallende ooreenkoms is merkbaar tussen die geleidelike losraking van sluiting en die geleidelike losraking van 'n konkrete verwysingsraamwerk by die oorgang vanaf konkret- na formeel-operasionele denke. Wanneer die leerling teen om en by veertienjarige leeftyd ontkom aan die beperkende uitwerking van sluitingsgebondenheid, kan hy met die bewerkings alleen handel. Nou kan hy meer indringend aandag aan die struktuur van 'n uitdrukking en die eienskappe van bewerkings

verleen.

3.2.3 Die tipe inverseringstrategie waaroor die leerling reeds beskik

'n Duidelike onderskeid kan getref word tussen die inverse-ringstrategieë waaroor die konkreet-operasionele denker aan die een kant en die formeel-operasionele denker aan die ander kant, beskik.

By die konkreet-operasionele denker bestaan daar nog net 'n negeringstrategie, wat as mikpunt bloot die uitwissing van die vorige bewerking het, byvoorbeeld $3 + 2$ word $3 + 2 - 2$. Die formeel-operasionele denker beskik oor 'n meer verfynde inverseringstrategie. Hy kan nou die resultaat van 'n bewerking neutraliseer, sonder om die oorspronklike bewerking (direk gesproke) tot niet te maak. Dit dui nou op 'n vermoë om die verhouding of uitdrukking as 'n geheel te kan beskou en hanteer. So byvoorbeeld kan hy in die volgende vergelyking ($\frac{x}{2} + 3$) as geheel hanteer:

$$\frac{x}{2} + 3 = 7$$

$$2 \times \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 2 \times 7$$

3.2.4 Die minimum omvang van die geheue en die bemeestering van transformasiereëls

Collis (1975) vind eksperimentele bevestiging daarvoor dat die suksesvolle operering op die konkreet-operasionele denkvlak vereis dat die minimum omvang van die geheue ten minste vier eenhede moet wees. Om tot die verinnerliking en beskikbaarstelling van 'n transformasiereël te kom, maak die konkreet-operasionele denker van 'n oorsigtelike waarnemingstrategie („scanning”) gebruik.

Op soortgelyke wyse toon Collis aan dat die minimum omvang van die geheue by die formeel-operasionele denker,

ses eenhede is. Die formeel-operasionele denker gebruik ook nou die meer gesofistikeerde strategie van hipotese-stelling en hipotese-toetsing om tot die verinnerliking van transformasie-reëls te kan kom. In teenstelling tot die oorsigtelike waarnemingstrategie van die konkreet-operasionele denker, is die nuwe hipotese-toetsingstrategie nou baie kragtiger en effektiewer.

In Wiskunde kry die leerling met transformasie-reëls te doen, wat nie sonder 'n hipotese-toetsingstrategie deeglik bemeester kan word nie. 'n Goed ontwikkelde hipotese-toetsingstrategie is in Wiskunde, veral op sekondêre en tersiêre vlak, onontbeerlik.

3.3 Algemene gevolgtrekkings en implikasies ten opsigte van Collis se model

Sekere duidelike gevolgtrekkings ten opsigte van doeltreffende Wiskunde-onderrig kan nou gemaak word.

Eerstens is daar duidelike aanduidings van 'n verband tussen die leerling se denkvlak en sy begripsvermoë van Wiskunde.

Tweedens word die swakheid van sekere onderwysmetodes weer eens beklemtoon, byvoorbeeld:

- * die gebruik van resep-prosedures om leerstof te leer in gevalle waar gebrekkige denkvlakontwikkeling, deeglike begrip daarvan verhoed;

- * die gebruik om formele denke te vermy deur voortdurend terug te val op konkrete voorbeelde.

Op die lang duur kan die wanpraktyke selfs die ontwikkeling van formeel-operasionele denke strem.

Derdens word die belangrikheid daarvan beklemtoon om sorg te dra, enersyds dat leerstof wat formeel-operasionele denke vereis, nie voorgeskryf word aan leerlinge wat nog konkreet-operasioneel dink nie, en andersyds dat die ontwikkeling van formeel-operasionele denke op 'n korrekte wyse gestimuleer word.

4. Empiriese ondersoek

4.1 Doel en metode van ondersoek

Uit die voorgaande is dit duidelik dat die sukses van leerlinge in Wiskunde deur die denkvlak beïnvloed word wat die leerlinge bereik het. Daar behoort dus 'n verband te wees tussen skolas-tiese prestasie in Wiskunde en denkvlak. Die doel van die empi-riese ondersoek wat vervolgens beskryf gaan word, is dan om vas te stel of daar sodanige verband is, mits die invloed van ander belangrike faktore soos intelligensie, ouderdom en sosio-ekono-miese status, uitgeskakel is.

'n *Ex post facto*-navorsingsontwerp is gebruik waarin gewens verkry is vir 185 standerd ses-leerlinge wat deur 'n ewekansige trossteekproeftrekking uit die populasie van stan-derd ses-leerlinge in Suidwes-Transvaal getrek is. Die drie af-hanklike veranderlikes is die jongste beskikbare Wiskunde-eksamenpunte, tweedens toetspunte, verkry uit 'n toets wat dié aspekte in die standerd ses-syllabus meet wat ons insiens slegs konkreet-operasionele denke vereis, en derdens toetspunte verkry uit 'n Wiskundetoets waarin formeel-operasionele denke vereis word.

Die onafhanklike veranderlikes is die verbale en nie-verbale intelligensie (verkry met die NSAG-toets), kreatiwiteit (verkry met 'n vertaling van Torrance se kreatiwiteitstoets), geslag, ou-derdom, sosio-ekonomiese status of SES (verkry met 'n biogra-fiese vraelys) en mobiliteit (of skoolwisseling). Hierdie verander-likes is hoofsaaklik as kontrole gebruik om so die denkvlak self se invloed so suiwer as moontlik te kon kry.

Die denkvlak van die leerlinge is bepaal met 'n groeptoets wat gebaseer is op bekende tipiese Piaget-vraagstukke. Die toets is ontwikkel deur dosente en studente van die Departement Empi-riese Opvoedkunde aan die PU vir CHO. Die toets word volledig deur Mans (1978) beskryf.

In die verwerking van die gegewens is gebruik gemaak van meervoudige regressie-analise.

4.2 Resultate

Die belangrikste resultate wat verkry is, word in tabelle 1, 2, 3 en 4 weergegee.

Tabel 1

Korrelasiekoëffisiënte tussen enkele van die veranderlikes

	<i>Wiskunde- eksamenpunt</i>	<i>Toetspunt in formele Wiskunde</i>	<i>Toetspunt in konkrete Wiskunde</i>
Verbale I.K.	0,53	0,46	0,34
Nie-verbale I.K.	0,44	0,38	0,28
Denkvlak	0,50	0,43	0,29
SES	0,41	0,32	0,32

Uit tabel 1 is dit duidelik dat daar 'n verband tussen denkvlak en die eksamenpunt ($r = 0,50$), die toetspunt in formele Wiskunde ($r = 0,43$) en die toetspunt in konkrete Wiskunde ($r = 0,29$), is. Uit tabel 2 blyk ook dat die denkvlak die eksamenpunt en die toetspunt in formele Wiskunde, beïnvloed, maar waarskynlik nie die toetspunt in konkrete Wiskunde nie.

As gevolg van die interkorrelasies wat daar bestaan (vergelyk tabel 1), kan die verband tussen denkvlak en skolastiese prestasie ook verklaar word deur verbale en nie-verbale intelligensie of enige van die ander faktore. Om die invloed van denkvlak alleen op die afhanklike veranderlikes te bepaal, is dit dus nodig om die invloed van die ander faktore uit te skakel. Dit word gedoen deur twee waardes van die meervoudige regressiekoëffisiënt (R^2) te bereken. Eerstens word R_a^2 bereken met al die onafhanklike veranderlikes in die regressievergelyking ingevoer en tweedens R_{a-d}^2 met al die onafhanklike veranderlikes behalwe denkvlak in die regressievergelyking. Die verskil in hierdie twee waardes van R^2 , naamlik $R_a^2 - R_{a-d}^2$, verklaar dan die variasie in die afhanklike veranderlike wat slegs aan denkvlak toe te skryf is.

Tabel 2

	Wiskunde-eksamenpunt		Toetspunt in formele Wiskunde		Toetspunt in konkrete Wiskunde	
	b	t-waarde	b	t-waarde	b	t-waarde
Verbale I.K.	0,455	3,5****	0,074	2,6***	0,069	2,1*
Nie-verbale I.K.	0,144	1,1	0,024	0,9	0,020	0,6
Kreatiwiteit	0,023	0,6	0,001	0,1	- 0,007	0,7
Denkvlak	0,676	3,2	0,123	2,7	0,070	1,3
Geslag	- 2,904	1,4	- 0,644	1,5	- 1,720	3,3****
Ouderdom	3,538	2,0	0,151	0,4	0,399	0,9
SES	0,222	3,6****	0,032	2,4**	0,046	2,9***
Mobiliteit	0,210	0,4	0,041	0,3	- 0,164	1,2

b: die koëffisiënt van die onafhanklike veranderlikes

****: $p < 0,0005$

***: $p < 0,005$

** : $p < 0,01$

* : $p < 0,025$

Tabel 3

Waardes en beduidendheid van die meervoudige regressiekoëffisiënte

	Wiskunde-eksamenpunt	Toetspunt in formele Wiskunde	Toetspunt in konkrete Wiskunde
Denkvlak, in samehang met al sewe die ander onafhanklike veranderlikes	R_a^2 %variansie verklaar F-waarde Beduidendheid	0,4216 42% F(8;176) = 16,0 p < 0,01	0,2997 30% F(8;176) = 9,4 p < 0,01
Denkvlak, waar die invloed van die sewe ander veranderlikes uitgeskakel is	$R_a^2 - R_a - d$ %variansie verklaar F-waarde Beduidend	0,0334 3,3% F(1;176) = 10,2 p < 0,01	0,0041 0,4% F(1;176) = 1,0 p > 0,05

Uit tabel 3 is dit duidelik dat denkvlak alleen ongeveer 3 persent van die variansie in beide die Wiskunde-eksamenpunt en die toetspunt in formele Wiskunde, verklaar. Die verband is beduidend ($F(1;176) = 10,2; p < 0,01$ in eersgenoemde geval en $F(1;176) = 7,3; p < 0,01$ in die tweede geval). Geen variansie in die toetspunt in konkrete Wiskunde kan deur denkvlak verklaar word nie. Die verskil in invloed van denkvlak op die twee tipe toetse (die formele en die konkrete tipes), is 'n duidelike aanduiding dat die standerd ses-leerlinge se prestasies betekenisvol beïnvloed word sodra formeel-operasionele denke vereis word. Die feit dat die Wiskunde-sillabus heelwat formeel-operasionele denke vereis, word weerspieël in die betekenisvolle effek wat die denkvlak ook op die Wiskunde-eksamenpunt uitoefen. Die eksamenpunt wat hier gebruik was, was die April-eksamenpunt. Die vermoede bestaan dat 'n duideliker effek waargeneem sou kon word indien byvoorbeeld die Desember-eksamenpunt gebruik is omdat dié toets gewoonlik langer en dus meer betroubaar is.

Om die invloed van die denkvlak op skolastiese prestasies in 'n duideliker perspektief te plaas, word 'n interessante en betekenisvolle vergelyking getref tussen die invloed van denkvlak en verbale I.K. op die drie afhanklike veranderlikes. Uit tabel 1 volg dat hulle nagenoeg dieselfde korrelasiekoëffisiënte het met al drie die afhanklike veranderlikes.

Om die invloed van denkvlak met dié van die verbale intelligensie te vergelyk, word vir elke afhanklike veranderlike dié waarde van R^2 bereken met al die veranderlikes behalwe denkvlak en verbale intelligensie in die regressievergelyking gevoer (so word $F^2 - (d + \text{ver. I.K.})$ verkry). Vervolgens word òf verbale intelligensie òf denkvlak by die ander veranderlikes gevoeg om so 'n nuwe waarde vir R^2 telkens te verkry (so word R^2_{a-d} òf $R^2_{a-\text{ver. I.K.}}$ verkry). Die vermeerdering in R^2 wat so verkry word, is dan 'n aanduiding van die vermeerdering in variansie wat aan die toevoeging van òf denkvlak òf verbale intelligensie toegeskryf kan word.

Tabel 4

Vermeerdering in R^2 as gevolg van die toevoeging van of denkvlak of verbale intelligensie tot die ses ander onafhanklike veranderlikes

	<i>Wiskunde eksamen- punt</i>	<i>Toetspunt in formele Wiskunde</i>	<i>Toetspunt in konkrete Wiskunde</i>
R_a^2 – (d + ver I.K.). Ses onafhanklike veranderlikes met denkvlak en verbale I.K. weggelaat.	0,3094	0,2125	0,2043
R_a^2 – ver. I.K. Denkvlak toegevoeg. Verhoging as gevolg van denkvlak	0,3820 0,0726	0,2721 0,0596	0,2251 0,0208
R_a^2 – d. Verbale I.K. toegevoeg Verhoging as gevolg van verbale I.K.	0,3882 0,0788	0,2706 0,0581	0,2401 0,0358

Uit tabel 4 blyk dat die denkvlak ongeveer net so 'n goeie voorspeller is as verbale intelligensie. As alle ander faktore konstant gehou word, verklaar die denkvlak ongeveer 7 persent ($R^2 = 0,0726$) van die eksamenpunt, terwyl verbale intelligensie (wat as 'n baie goeie voorspeller vir skoolastiese prestasie beskou word) ongeveer 8 persent ($R^2 = 0,0788$) van die variansie in die eksamenpunt verklaar.

5. Gevolgtrekkings

Die vernaamste gevolgtrekking is dat die denkvlak beslis prestasies in Wiskunde in standerd ses beïnvloed. Daar behoort dus deur onderwysers en opstellers van sillabusse in Wiskunde voortdurende en doelgerigte aandag geskenk te word aan die denkontwikkeling van die betrokke leerlinge.

Doelgerigte ontleding van die denkvlak wat spesifieke inhoud van die Wiskunde-syllabusse vereis, moet onderneem word. So sal doeltreffender sinchronisering van die leerling se denkvlak met die eise wat die leerstof aan sy denke stel, bewerkstellig kan word.

BIBLIOGRAFIE

- CHIAPETTA, E.L. 1976. A review of piagetian studies relevant to science instruction at the secondary and college level. *Science education*, 60(2):255-259.
- COLLIS, K.F. 1975. A study of concrete and formal operations in school mathematics: a piagetian viewpoint. *Australian Council for Educational Research*. 205 p.
- COLLIS, K.F. 1976. Mathematical thinking in children. In Varma, V.P. & Williams, P. ed. *Piaget, psychology and education*. Edinburgh, Hodder and Stoughton Educational. 233p.
- CRAWFORD, D.H. 1960. The work of Piaget as it relates to school mathematics. *Alberta journal of educational research*, 6:125-136.
- DANIEL, C. & WOOD, F.S. 1971. Fitting equations to data. *Computer Analyses of multifactor data for Scientists and Engineers*. New York, John Wiley. 342p.
- DU PLESSIS, S.J.P. 1976. Implikasies van die oorgang tot die formeel-operasionele denkvlak vir die onderrig van Natuur- en Skeikunde. M.Ed.-verhandeling. Potchefstroom, PU vir CHO. 106p.
- DU TOIT, P.J.S. 1975. Die onvoltooide bereiking van die konkreet-operasionele denkvlak as oorsaak van leerprobleme in Wiskunde vir die primêre skool. M.Ed.-verhandeling. Potchefstroom, PU vir CHO. 168p.
- INHOLDER, B. & PIAGET, J. 1958. The growth of logical thinking from childhood to adolescence. New York, Basic Books. 356p.
- KERLINGER, F.N. & PEDHAZUR, E.J. 1973. Multiple regression in behavioral research. New York, Holt, Rinehart & Winston. 534p.
- LESTER, F.K. 1975. Developmental aspects of children's ability to understand mathematical proof. *Journal for research in mathematical education*, 6(1):14-25.
- MANS, I.J.V. 1978. Die invloed van die denkvlak en ander kognitiewe faktore op die skriftelike stelwerk van standerd ses-leerlinge. D.Ed.-proefskrif. Potchefstroom, PU vir CHO.
- MATHEWS, G. 1973. How do we teach? *The Australian mathematics teacher*, September 1973:145-156.
- MCNALLY, D.W. 1973. Piaget, education and teaching. Sussex, New Educational Press. 170p.
- SUND, R.B. 1976. Piaget for educators. Columbus, Merrill. 184p.

VAN DER WALT, J.L. 1976. 'n Empiriese ondersoek na die mate waarin sestienjarige adolessente in staat is tot wetenskaplike denke. M.Ed.-verhandeling. Potchefstroom, PU vir CHO. 288p.

VENTER, P.A. 1978. Die invloed van denkvlak en ander faktore op die prestasie in Wiskunde in die junior-sekundêre fase. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling. Potchefstroom, PU vir CHO. 135p.